Cognome	**Nome**	**Matr.**

c.l. Fisica	**Analisi 2**	prof. Molteni/Peloso
19 Aprile 2016	**I prova intermedia**	versione A

1a] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale **positivo** α la seguente funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$:

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{3|x|^\alpha y + 5x|y|^\alpha}{|x|^3 + 4|y|^3} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risp. ☐ $\alpha \geq 3$ ☐ $\alpha < 2$ ☐ $\alpha > 4$ ☐ $\alpha \geq 2$
☐ $\alpha \leq 2$ ☐ $\alpha > 2$ ☐ $\alpha > 3$ ☐ $\alpha \geq 4$

2a] *(4 p.ti)* Determinare il valore del seguente integrale:

$$\int_{\pi/2}^{\pi} |x-2| \sin x \, \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $1-\pi-\sin 2$ ☐ $2-\pi+2\sin 2$ ☐ $\pi-1+\sin 2$ ☐ $\pi-1-2\sin 2$
☐ $1+\pi-2\sin 2$ ☐ $2-\pi+\sin 2$ ☐ $2\pi-1+\sin 2$ ☐ $\pi-1-\sin 2$

3a] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale α il seguente integrale esiste come integrale di Riemann generalizzato:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3 \log(x^2-x+1)}{x^\alpha + x^2} \, \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $\alpha > 4$ ☐ $\alpha \geq 4$ ☐ $\alpha < 4$ ☐ $\alpha \leq 3$
☐ $\alpha \geq 5$ ☐ $\alpha > 3$ ☐ $\alpha > 5$ ☐ $\alpha \geq 3$

4a] *(6 p.ti)* Sono date le funzioni $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, con

$$f(u,v) = 2\cos u - 3\sin v; \qquad g(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt{\pi^2+y^2} \\ \sqrt{\pi^2+x^2} \end{pmatrix}.$$

Si determini l'espressione della matrice Jacobiana di $f \circ g$ nel generico punto del suo dominio. Si determini poi l'equazione del piano tangente al grafico di $f \circ g$ nel punto $(\pi\sqrt{3}, 0, (f\circ g)(\pi\sqrt{3}, 0))$.

Risp.

5a] *(8 p.ti)* Studiare la funzione F i cui valori sono dati dalla seguente espressione:

$$F(x) = \int_{1/2}^{x} \frac{\log(2t)}{\sqrt[3]{4t^2 - t}}\, \mathrm{d}t.$$

(Dominio di esistenza, dominio di derivabilità, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti. Si richiede il grafico della funzione, **non** è richiesto lo studio del segno di F né della sua convessità).

Risp.

Cognome	**Nome**	**Matr.**

c.l. Fisica	**Analisi 2**	prof. Molteni/Peloso
19 Aprile 2016	**I prova intermedia**	versione B

1b] *(4 p.ti)* Determinare il valore del seguente integrale:

$$\int_0^{\pi} |3x-2| \cos x \; \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $3\sin(2/3)$ ☐ $-2\cos(2/3)$ ☐ $\cos(2/3)$ ☐ $6\sin(2/3)$
☐ $\sin(2/3)$ ☐ $2\cos(2/3)$ ☐ $-6\sin(2/3)$ ☐ $-6\cos(2/3)$

2b] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale α il seguente integrale esiste come integrale di Riemann generalizzato:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^4 \log(4x^2-3x+1)}{x^\alpha + x^3} \; \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $\alpha \geq 5$ ☐ $\alpha < 4$ ☐ $\alpha > 5$ ☐ $\alpha \geq 4$
☐ $\alpha \geq 3$ ☐ $\alpha < 5$ ☐ $\alpha \geq 6$ ☐ $\alpha > 4$

3b] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale **positivo** α la seguente funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$:

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{2|x|^\alpha y - 4x|y|^\alpha}{5|x|^3 + 2|y|^3} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risp. ☐ $\alpha > 6$ ☐ $\alpha \geq 3$ ☐ $\alpha \geq 4$ ☐ $\alpha > 5$
☐ $\alpha \leq 3$ ☐ $\alpha > 4$ ☐ $\alpha \geq 5$ ☐ $\alpha > 3$

4b] *(6 p.ti)* Sono date le funzioni $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, con

$$f(u,v) = 5\sin u + 3\sin v; \qquad g(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt{\pi^2+y^2} \\ \sqrt{\pi^2+x^2} \end{pmatrix}.$$

Si determini l'espressione della matrice Jacobiana di $f \circ g$ nel generico punto del suo dominio. Si determini poi l'equazione del piano tangente al grafico di $f \circ g$ nel punto $(0, \pi\sqrt{3}, (f\circ g)(0, \pi\sqrt{3}))$.

Risp.

5b] *(8 p.ti)* Studiare la funzione F i cui valori sono dati dalla seguente espressione:

$$F(x) = \int_{1/3}^{x} \frac{\log(3t)}{\sqrt[5]{9t^2 - t}}\, \mathrm{d}t.$$

(Dominio di esistenza, dominio di derivabilità, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti. Si richiede il grafico della funzione, **non** è richiesto lo studio del segno di F né della sua convessità).

Risp.

Cognome	Nome	Matr.

c.l. Fisica	**Analisi 2**	prof. Molteni/Peloso
19 Aprile 2016	**I prova intermedia**	versione C

1c] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale **positivo** α la seguente funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$:

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{2|x|^\alpha y + 3x|y|^\alpha}{5|x|^3 + 7|y|^3} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risp. ☐ $\alpha \geq 4$ ☐ $\alpha > 3$ ☐ $\alpha > 5$ ☐ $\alpha \geq 2$
☐ $\alpha \geq 3$ ☐ $\alpha > 4$ ☐ $\alpha > 2$ ☐ $\alpha \geq 5$

2c] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale α il seguente integrale esiste come integrale di Riemann generalizzato:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 \log(7x^2 - 5x + 1)}{x^\alpha + 6x^3} \, \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $\alpha \geq 3$ ☐ $\alpha \geq 5$ ☐ $\alpha > 4$ ☐ $\alpha > 2$
☐ $\alpha \geq 4$ ☐ $\alpha > 5$ ☐ $\alpha \geq 2$ ☐ $\alpha > 3$

3c] *(4 p.ti)* Determinare il valore del seguente integrale:

$$\int_0^{\pi} |4x - 1| \cos x \, \mathrm{d}x$$

Risp. ☐ $-4\cos(1/4)$ ☐ $8\sin(1/4)$ ☐ $8\cos(1/4)$ ☐ $-8\sin(1/4)$
☐ $-8\cos(1/4)$ ☐ $4\sin(1/4)$ ☐ $-6\sin(1/4)$ ☐ $6\cos(1/4)$

4c] *(6 p.ti)* Sono date le funzioni $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, con

$$f(u,v) = 3\cos u - \sin v; \qquad g(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt{\pi^2 + 2y^2} \\ \sqrt{\pi^2 + 2x^2} \end{pmatrix}.$$

Si determini l'espressione della matrice Jacobiana di $f \circ g$ nel generico punto del suo dominio. Si determini poi l'equazione del piano tangente al grafico di $f \circ g$ nel punto: $(\pi\sqrt{3/2}, 0, (f \circ g)(\pi\sqrt{3/2}, 0))$.

Risp.

5c] *(8 p.ti)* Studiare la funzione F i cui valori sono dati dalla seguente espressione:

$$F(x) = \int_2^x \frac{\log(t/2)}{\sqrt[5]{t^2 - 4t}}\ \mathrm{d}t.$$

(Dominio di esistenza, dominio di derivabilità, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti. Si richiede il grafico della funzione, **non** è richiesto lo studio del segno di F né della sua convessità).

Risp.

Cognome **Nome** **Matr.**

---

c.l. Fisica	**Analisi 2**	prof. Molteni/Peloso
19 Aprile 2016	**I prova intermedia**	versione D

1d] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale α il seguente integrale esiste come integrale di Riemann generalizzato:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^4 \log(6x^2 - 3x + 1)}{x^\alpha + 6x^5} \, dx$$

Risp. $\square\ \alpha \geq 5$ $\quad\square\ \alpha > 5$ $\quad\square\ \alpha > 2$ $\quad\square\ \alpha \geq 6$
$\square\ \alpha \geq 3$ $\quad\square\ \alpha > 3$ $\quad\square\ \alpha > 6$ $\quad\square\ \alpha \geq 2$

2d] *(4 p.ti)* Determinare il valore del seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} |3x - 2| \sin x \, dx$$

Risp. $\square\ -5 + 6\cos(2/3)$ $\quad\square\ -5 - 6\sin(2/3)$ $\quad\square\ 5 + 6\cos(2/3)$ $\quad\square\ 5 - 6\cos(2/3)$
$\square\ 5 - 6\sin(2/3)$ $\quad\square\ -5 + 6\sin(2/3)$ $\quad\square\ 5 + 6\sin(2/3)$ $\quad\square\ -5 - 6\cos(2/3)$

3d] *(6 p.ti)* Stabilire per quali valori del parametro reale **positivo** α la seguente funzione risulta differenziabile nel punto $(0,0)$:

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{5x|y|^\alpha - 6|x|^\alpha y}{3|x|^3 + 2|y|^3} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risp. $\square\ \alpha \geq 2$ $\quad\square\ \alpha > 3$ $\quad\square\ \alpha \geq 4$ $\quad\square\ \alpha > 5$
$\square\ \alpha \geq 3$ $\quad\square\ \alpha > 2$ $\quad\square\ \alpha \geq 5$ $\quad\square\ \alpha > 4$

4d] *(6 p.ti)* Sono date le funzioni $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, con

$$f(u,v) = 2\cos u + 6\sin v; \qquad g(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt{\pi^2 + 3y^2} \\ \sqrt{\pi^2 + 3x^2} \end{pmatrix}.$$

Si determini l'espressione della matrice Jacobiana di $f \circ g$ nel generico punto del suo dominio. Si determini poi l'equazione del piano tangente al grafico di $f \circ g$ nel punto $(\pi, 0, (f \circ g)(\pi, 0))$.

Risp.

5d] *(8 p.ti)* Studiare la funzione F i cui valori sono dati dalla seguente espressione:

$$F(x) = \int_3^x \frac{\log(t/3)}{\sqrt[3]{t^2 - 9t}}\, \mathrm{d}t.$$

(Dominio di esistenza, dominio di derivabilità, limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti. Si richiede il grafico della funzione, **non** è richiesto lo studio del segno di F né della sua convessità).

Risp.